



1° CICLO MATEMÁTICAS

UNIDAD: RAZONES Y PROPORCIONES.



Solución de ecuaciones

Para resolver ecuaciones, como la dada, se aplica el Teorema Fundamental de las Proporciones (TFP).



Ejemplo:

$$\frac{x}{6} = \frac{25}{5}$$

$$5x = 6 \cdot 25$$

$$x = \frac{6 \cdot 25}{5}$$

$$x = 30$$

Aplicando el TFP:

Los productos de medios y extremos son iguales

Dividimos por 5 a ambos lados de la igualdad.

Operando



ACTIVIDAD

Resuelva los siguientes ejercicios:

1) Con los datos escriba una proporción y calcule el valor de la incógnita.

a) 5, 7, 15, x

b) 3, 5, 9, z

c) 10, 12, 6, y

d) 8, 7, 24, p

¿Cuántos valores correctos distintos se pueden obtener para cada incógnita?, explique por qué.

2) Dadas las proporciones, calcule el valor de la incógnita.

a) $\frac{x}{4} = \frac{15}{6}$

$$x = \boxed{}$$

b) $\frac{63}{x} = \frac{9}{7}$

$$x = \boxed{}$$

c) $\frac{8}{5} = \frac{64}{y}$

$$y = \boxed{}$$

d) $\frac{49}{56} = \frac{z}{8}$

$$z = \boxed{}$$

e) $\frac{5x+2}{3x+25} = \frac{1}{2}$

$$x = \boxed{}$$

f) $\frac{8x-10}{13x-2x} = \frac{2}{2}$

$$x = \boxed{}$$



TIPS

Recuerde utilizar el teorema fundamental de las proporciones para generar las igualdades que se requieren para el cálculo de x , y o z .



! EJERCICIOS RESUELTOS DE RAZONES.

1) En un curso, la razón entre la cantidad de hombres y de mujeres es 3:2. Si hay 24 hombres, **¿cuántos estudiantes hay en total en el curso?**

Solución: Se exponen dos formas de trabajo

Datos del problema:

h : número de hombres en el curso.

m : número de mujeres en el curso.

La razón entre hombres y mujeres es 3:2

$\rightarrow h:m = 3:2$ o bien $h:3 = m:2$

En el curso hay 24 hombres

$\rightarrow h = 24$



FORMA 1

Reemplazamos $h = 24$ en la proporción

$$h:3 = m:2$$

$$24:3 = m:2$$

$$\frac{24}{3} = \frac{m}{2}$$

Despejamos m :

$$24 \cdot 2 = 3m$$

$$\frac{24 \cdot 2}{3} = m \rightarrow \frac{48}{3} = m$$

$$16 = m$$

FORMA 2

Se iguala cada razón por separado con la constante de proporcionalidad k :

$$\frac{h}{3} = k \rightarrow h = 3k$$

$$\frac{m}{2} = k \rightarrow m = 2k$$

Como $h = 24$, reemplazamos en $h = 3k$

$$24 = 3k \rightarrow \frac{24}{3} = k$$

$$\therefore k = 8$$

Reemplazando el valor de $k = 8$ en

$$m = 2k \rightarrow m = 2 \cdot 8$$

$$m = 16$$

Respuesta:

Hay 40 estudiantes en el curso, 24 hombres y 16 mujeres.



Actividad en el cuaderno

Resuelva la siguiente situación, utilizando una de las dos formas de resolución desarrolladas en el ejercicio anterior. Explique por qué eligió ese método.

En un turno de la empresa de aseo AXZG, la razón entre la cantidad de aseadores hombres y mujeres es 5:3. Si hay 25 hombres, **¿cuántas aseadoras hay en el turno?**



2) Un gáster y su ayudante, reciben por la instalación de tres sanitarios \$ 270.000, los que se reparten en la razón 7 : 2, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

Solución: Se exponen dos formas de trabajo

Datos del problema:

g : Dinero que recibirá el gáster.

a : Dinero que recibirá el ayudante.

Gáster y ayudante reciben \$ 270.000

$$\rightarrow g + a = 270.000$$

El dinero lo reparten en la razón 7 : 2

$$\rightarrow g : a = 7 : 2 \text{ o bien } g : 7 = a : 2$$



FORMA 1

Despejamos g de la proporción $g : a = 7 : 2$

$$g = \frac{7}{2} a$$

Reemplazamos $g = \frac{7}{2} a$ en $g + a = 270.000$

$$\frac{7}{2} a + a = 270.000$$

$$\frac{9}{2} a = 270.000 \quad \text{Despejamos } a:$$

$$a = \frac{2}{9} \cdot 270.000$$

$$\therefore a = 60.000$$

Si el ayudante recibe \$ 60.000 y juntos reciben \$ 270.000, entonces el gáster recibe \$ 210.000

FORMA 2

Se iguala cada razón por separado con la constante de proporcionalidad k :

$$\frac{g}{7} = k \rightarrow g = 7k \quad \frac{a}{2} = k \rightarrow a = 2k$$

Reemplazando g y a en términos de k en

$$g + a = 270.000$$

$$7k + 2k = 270.000$$

$$9k = 270.000$$

$$k = \frac{270.000}{9}$$

$$\therefore k = 30.000$$

Reemplazando el valor de $k = 30.000$

$$g = 7k = 7 \cdot 30.000 = 210.000$$

$$\therefore g = 210.000$$

$$a = 2k = 2 \cdot 30.000 = 60.000$$

$$\therefore a = 60.000$$

Respuesta:

Pago al ayudante: \$ 60.000

Pago del gáster: \$ 210.000



Actividad en el cuaderno

Resuelva la siguiente situación, utilizando una de las dos formas de resolución desarrolladas en el ejercicio anterior. Explique por qué eligió ese método.

El sueldo mensual de un chofer y un peoneta, están en la razón 4 : 3 respectivamente. Si ambos sueldos suman \$ 700.000, ¿cuál es el sueldo de cada uno?



3) El perímetro de una cancha de fútbol mide 432 metros. Si la razón entre el ancho y el largo es 5 : 7, ¿cuánto mide cada lado de la cancha?

Solución: Se exponen dos formas de trabajo

Datos del problema:

a : medida del ancho de la cancha de fútbol.

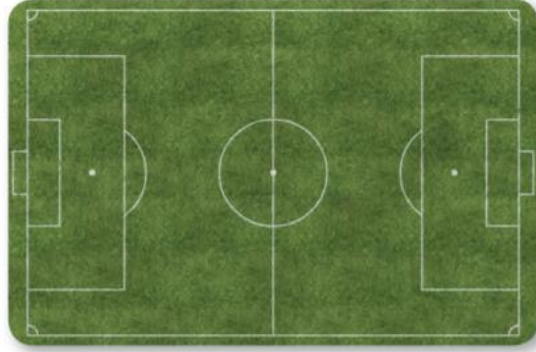
ℓ : medida del largo de la cancha de fútbol.

El perímetro de la cancha mide 432 metros

$$\rightarrow 2a + 2\ell = 432$$

La razón entre el ancho y el largo es 5 : 7

$$\rightarrow \frac{a}{5} = \frac{\ell}{7}$$



FORMA 1

En la proporción $\frac{a}{5} = \frac{\ell}{7}$ despejamos a :

$$a = \frac{5}{7} \ell$$

Reemplazamos este valor en $2a + 2\ell = 432$

$$2 \cdot \frac{5}{7} \ell + 2\ell = 432$$

$$\frac{5}{7} \ell + \ell = 216$$

$$\frac{12}{7} \ell = 216$$

$$\ell = \frac{7}{12} \cdot 216$$

$$\therefore \ell = 126$$

Calculamos a reemplazando $\ell = 126$ en

$$a = \frac{5}{7} \ell \rightarrow a = \frac{5}{7} \cdot 126$$

$$\therefore a = 90$$

FORMA 2

Se iguala cada razón por separado a la constante de proporcionalidad k :

$$\frac{a}{5} = k \rightarrow a = 5k$$

$$\frac{\ell}{7} = k \rightarrow \ell = 7k$$

Reemplazando a y ℓ en términos de k

$$2a + 2\ell = 432$$

$$a + \ell = 216$$

$$5k + 7k = 216$$

$$12k = 216$$

$$k = \frac{216}{12}$$

$$\therefore k = 18$$

Reemplazando el valor $k = 18$

$$a = 5k = 5 \cdot 18 = 90$$

$$\therefore a = 90$$

$$\therefore \ell = 126$$

Respuesta:

El ancho de la cancha es de 90 metros y el largo 126 metros.



Actividad en el cuaderno

Resuelva la siguiente situación, utilizando una de las dos formas de resolución desarrolladas en el ejercicio anterior. Explique por qué eligió ese método.

El perímetro de un estacionamiento mide 100 metros. Si la razón entre el ancho y el largo es 2 : 3.

¿Cuáles son las medidas de cada lado del estacionamiento?



4) Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo están en la razón 4 : 15 : 17

¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?

Solución:

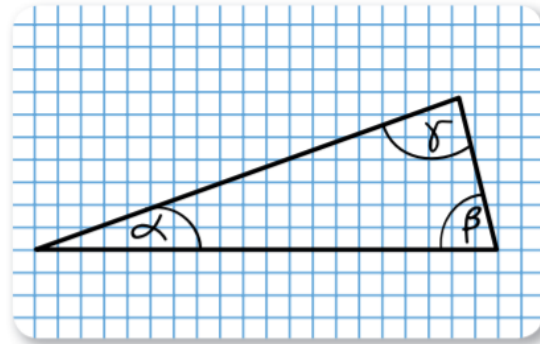
Datos del problema:

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es de 180°

$$\rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180$$

La razón entre los ángulos interiores es 4 : 15 : 17

$$\rightarrow \alpha : \beta : \gamma = 4 : 15 : 17 \text{ o } \frac{\alpha}{4} = \frac{\beta}{15} = \frac{\gamma}{17} = k$$



Igualemos cada razón por separado a la constante de proporcionalidad:

$$\frac{\alpha}{4} = k \rightarrow \alpha = 4k$$

$$\frac{\beta}{15} = k \rightarrow \beta = 15k$$

$$\frac{\gamma}{17} = k \rightarrow \gamma = 17k$$



TIPS

Recuerde que en todo triángulo, la suma de la medida de los ángulos interiores es 180°

Reemplazamos α , β y γ en términos de k en

$$\alpha + \beta + \gamma = 180$$

$$4k + 15k + 17k = 180 \text{ Reduciendo términos semejantes}$$

$$36k = 180$$

Despejando k

$$k = \frac{180}{36}$$

$$\therefore k = 5$$

Reemplazando $k = 5$ obtenemos las medidas de α , β y γ :

$$\alpha = 4k \rightarrow \alpha = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\beta = 15k \rightarrow \beta = 15 \cdot 5 = 75$$

$$\gamma = 17k \rightarrow \gamma = 17 \cdot 5 = 85$$

Respuesta:

La medida de los ángulos interiores es $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 75^\circ$, $\gamma = 85^\circ$



Actividad en el cuaderno

Resuelva la siguiente situación, utilizando el procedimiento recién empleado.

Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo están en la razón 3 : 4 : 5

¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?