



2° CICLO MATEMÁTICAS

SEMEJANZA DE FIGURAS PLANAS.



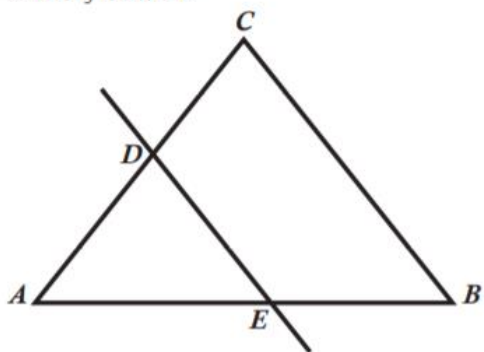
TEOREMA FUNDAMENTAL DE SEMEJANZA ENTRE TRIÁNGULOS

Este Teorema se conoce como: **"Teorema particular de Thales"**

Establece las proporciones de los segmentos correspondientes en triángulos.

Si en un ángulo cualquiera sus lados son cortados por dos o más paralelas, entonces dos segmentos correspondientes cualquiera determinados por las paralelas sobre los lados del ángulo son proporcionales entre sí.

Sea: $\triangle ABC$ y $\overline{CB} // \overline{DE}$



TIPS

Los triángulos ABC y AED son semejantes y se escribe así:

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

Esto quiere decir que un triángulo es la copia exacta del otro, pero de distinto tamaño.

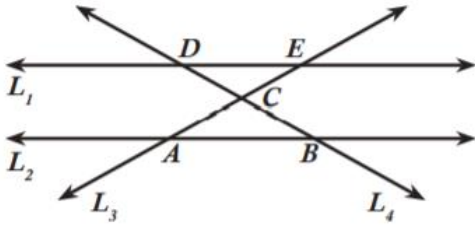
Sus ángulos son congruentes y sus lados son proporcionales.

Con procedimientos algebraicos y geométricos es posible determinar las siguientes proporciones:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EB}} \text{ y } \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} \rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{ED}}$$



Las proporciones determinadas en triángulos en los que un ángulo es cortado por una paralela a uno de los lados se pueden extender a paralelas cortadas por dos secantes, como lo muestra la figura 1:



$L_1 // L_2, L_3 \text{ y } L_4 \text{ secantes}$

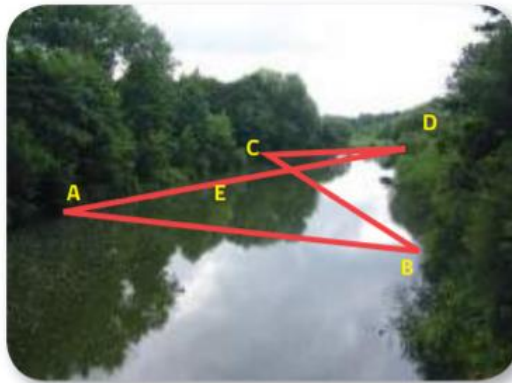
Con procedimientos algebraicos y geométricos es posible obtener la siguiente proporción:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CE}}$$



Ejemplo de una aplicación:

Se desea determinar el ancho de un canal para armar un puente y poder cruzarlo. ¿Cómo resolver este problema utilizando la semejanza de triángulos?

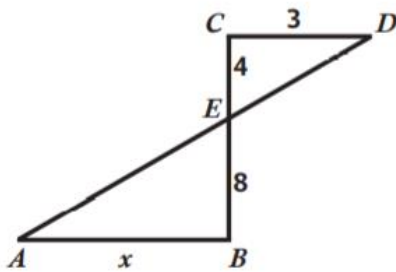




Solución:

Para poder determinar el ancho del canal, podemos utilizar las proporciones que determinamos con el teorema fundamental de la semejanza:

- Fijamos un punto referencial A , al otro lado del canal.
- En el punto B clavamos una estaca que será desde donde construiremos una figura que nos permita determinar el ancho del canal.
- Desde el punto B caminamos 8 pasos en línea recta a la orilla del canal y determinamos el punto E , por lo cual $\overline{BE} = 8$ pasos.
- $\overline{AB}$ es perpendicular a $\overline{BE}$.
- Desde el punto E caminar 4 pasos más en línea recta y determinamos el punto C . Por lo cual $\overline{EC} = 4$ pasos.
- Desde el punto C , caminar 3 pasos más en línea perpendicular al lado $\overline{BC}$ y determinamos el punto D . Por lo cual $CD = 3$ pasos. Se formó el triángulo rectángulo ECD .
- Uniendo los puntos A , B y E se forma un triángulo rectángulo en B .
- El esquema geométrico de lo que dibujamos quedaría de esta manera:



TIPS

Los triángulos ABE y DCE son semejantes y se escribe así:

$$\triangle ABE \sim \triangle DCE$$

- 1) $\angle ABE \cong \angle DCE$ miden 90°
- 2) $\angle AEB \cong \angle DEC$ Opuestos por el vértice.
- 3) Las proporciones son:

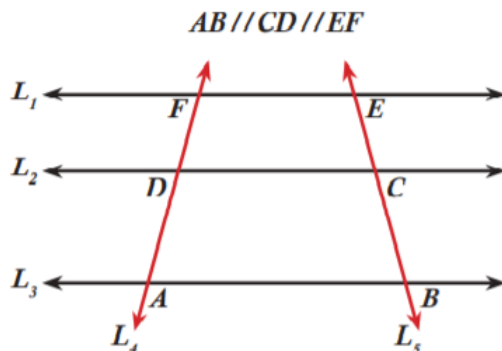
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{8}{4} \rightarrow x = 6 \text{ pasos}$$

Si cada paso es de aproximadamente 1 metro, el ancho del canal es de 6 metros aproximadamente.



TEOREMA GENERAL DE THALES

Si tres o más rectas paralelas intersectan a dos o más rectas cualesquiera, determinan sobre éstas segmentos proporcionales entre sí:



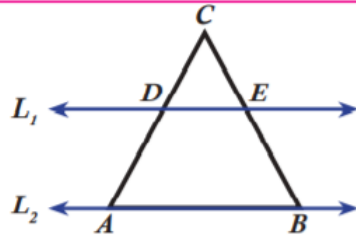
Con procedimientos algebraicos y geométricos es posible determinar las siguientes proporciones:

- 1) $\frac{\overline{AD}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CE}}$
- 2) $\frac{\overline{AD}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}}$
- 3) $\frac{\overline{AF}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}}$



Lo que hemos tratado, se puede resumir en el siguiente cuadro:

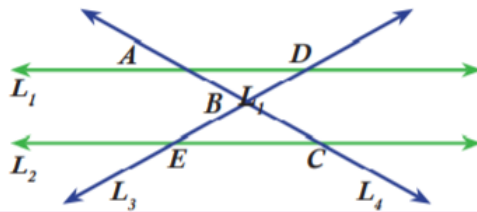
a) En un triángulo cualquiera si tenemos una recta paralela a uno de los lados:



$$\overleftrightarrow{DE} // \overleftrightarrow{AB}$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}$$

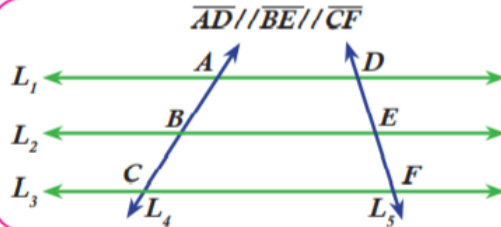
b) Dos rectas paralelas que intersectan a dos rectas secantes que se intersectan entre las rectas:



$$L_1 // L_2, L_3 \text{ y } L_4 \text{ secantes}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CE}}$$

c) Tres o más rectas paralelas que son cortadas por dos o más rectas secantes cualesquiera:



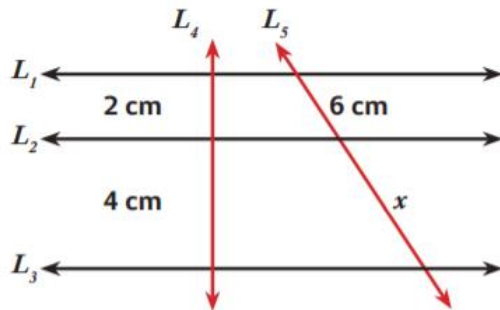
$$\overline{AD} // \overline{BE} // \overline{CF}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}$$



Ejemplos:

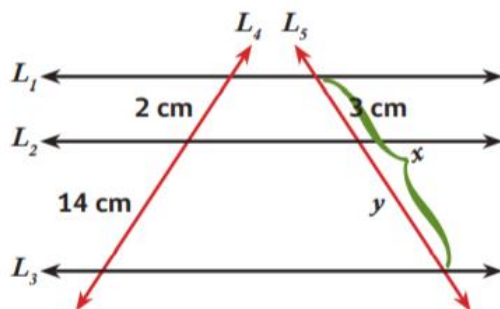
Si $L_1 // L_2 // L_3$, Determine en cada caso la medida del segmento x .



Solución:

Aplicando el teorema de Thales:

$$\frac{2}{4} = \frac{6}{x} \rightarrow 2x = 4 \cdot 6 \rightarrow x = \frac{24}{2} = 12$$



Solución:

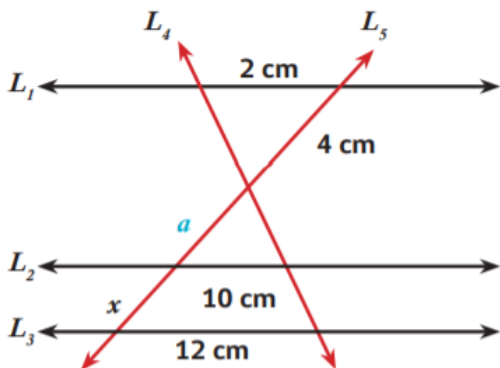
Aplicando el teorema de Thales:

$$\frac{2}{14} = \frac{3}{y} \rightarrow 2y = 14 \cdot 3 \rightarrow y = \frac{42}{2} = 21$$

$$y = 21 \text{ cm}$$

$$\text{Luego } x = 3 + y = 3 + 21 = 24$$

$$x = 24 \text{ cm}$$



Solución:

Aplicando el teorema de Thales:

$$\frac{2}{10} = \frac{4}{a} \rightarrow 2a = 10 \cdot 4 \rightarrow a = \frac{40}{2} = 20$$

$$a = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{2}{12} = \frac{4}{20 + x} \rightarrow 40 + 2x = 12 \cdot 4$$

$$x = \frac{12 \cdot 4 - 40}{2} = 4$$

$$x = 4 \text{ cm}$$



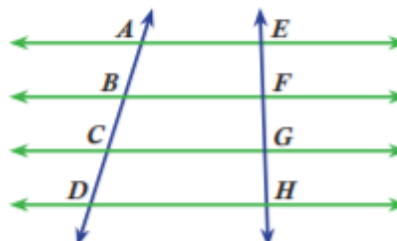
Actividad en el cuaderno

1) En la figura $\overleftrightarrow{AE} \parallel \overleftrightarrow{BF} \parallel \overleftrightarrow{CG} \parallel \overleftrightarrow{DH}$. Determine x en cada caso:

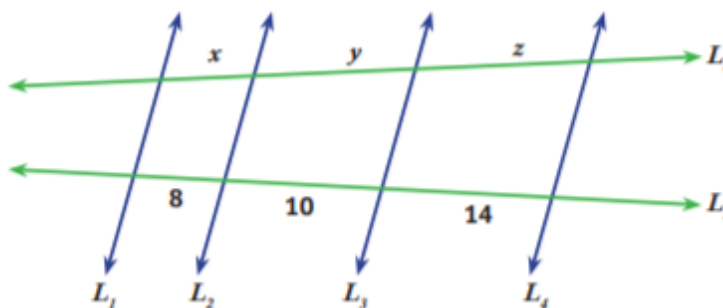
a) $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$; $\overline{CD} = 8 \text{ cm}$; $\overline{HG} = 9 \text{ cm}$; $\overline{EF} = x \text{ cm}$

b) $\overline{FG} = 7 \text{ cm}$; $\overline{DC} = 14 \text{ cm}$; $\overline{GH} = 18 \text{ cm}$; $\overline{CB} = x \text{ cm}$

c) $\overline{EF} = 9 \text{ cm}$; $\overline{DC} = 24 \text{ cm}$; $\overline{AB} = 25 \text{ cm}$; $\overline{HG} = x \text{ cm}$



2) Si $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$ Calcule x, y, z Si: $x + y + z = 70 \text{ cm}$



3) Determine el valor de x en cada caso para que L_1 y L_2 sean paralelas:

